

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS Convocatoria 2026 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	1
INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN El examen consta de 4 ejercicios : el primero sin apartados optativos y los tres siguientes con posibilidad de elección. Todas las respuestas deben ser razonadamente justificadas. CALIFICACIÓN: cada ejercicio se valorará sobre 2,5 puntos. TIEMPO: 90 minutos.	

EJERCICIO 1 (2,5 puntos) Responda los dos apartados. Este ejercicio no tiene opcionalidad.

La puntuación en un test de satisfacción de clientes (de 0 a 100 puntos) se aproxima por una distribución normal con media 75 y desviación típica 8.

1.a) (2 puntos) Si se toma una muestra aleatoria de 16 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral esté entre 72 y 78 puntos, ambos inclusive?

1.b) (0,5 puntos) ¿Es mayor o menor la probabilidad de que la media muestral esté entre 72 y 78 puntos si en lugar de 16 clientes se toman 64 clientes?

EJERCICIO 2 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien 2.1 o bien 2.2.

Pregunta 2.1 Considere la región S del plano delimitada por las restricciones:

$$y \leq 2x + 1 \quad ; \quad y \geq 6 - x \quad ; \quad x \geq 2 \quad ; \quad x \leq 5 \quad ; \quad y \leq 8$$

2.1.a) (1,5 puntos) Calcule los vértices que determinan la región y represéntela gráficamente.

2.1.b) (1 punto) Obtenga el valor máximo de la función $f(x, y) = 6x - 2y$ sobre S y el punto en el que se alcanza.

Pregunta 2.2 Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 6 \\ a & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & b \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & c & -a - b \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

2.2.a) (1,5 puntos) Estudie si existen valores de a, b, c tales que $AB = C^t$, donde C^t denota la matriz traspuesta de C . En caso afirmativo, calcúlelos.

2.2.b) (1 punto) Para $a = 1$, calcule la inversa de A .

EJERCICIO 3 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien 3.1 o bien 3.2.

Pregunta 3.1 Se considera la función $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$.

3.1.a) (1 punto) Obtenga los valores de a y b para que la gráfica de la función pase por el punto $(2, 5)$ y en ese punto la tangente sea horizontal.

3.1.b) (1,5 puntos) Si $a = -\frac{5}{12}$ y $b = 1$, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

Pregunta 3.2 Se considera la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 3x + 4 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

3.2.a) (1,5 puntos) Represente gráficamente la función.

3.2.b) (1 punto) Calcule $\int_0^4 f(x) dx$.

EJERCICIO 4 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien 4.1 o bien 4.2.

Pregunta 4.1 Una bodega familiar de vino ecológico distribuye su producción del siguiente modo: el 30 % corresponde a vinos blancos, el 60 % a vinos tintos y el 10 % a vinos rosados. Debido a que no usa químicos en la producción de sus vinos, algunas botellas pueden contener vino picado, es decir, vino no apto para su consumo, ya que presentan alteraciones en su sabor y aroma. La bodega sabe que el 1 % de las botellas de vino blanco, el 2 % de las botellas de vino tinto y el 3 % de las botellas de vino rosado están defectuosas.

4.1.a) (1 punto) Determine la probabilidad de que una botella de vino esté defectuosa.

4.1.b) (1,5 puntos) Determine la probabilidad de que dada una botella que no está defectuosa, ésta sea de vino tinto.

Pregunta 4.2 Sean A y B dos sucesos aleatorios con las siguientes probabilidades

$$P(A) = 0,6 \quad , \quad P(B) = 0,5 \quad \text{y} \quad P(A \cap B) = 0,3$$

Se pide:

4.2.a) (0,5 puntos) Determine si los sucesos A y B son independientes.

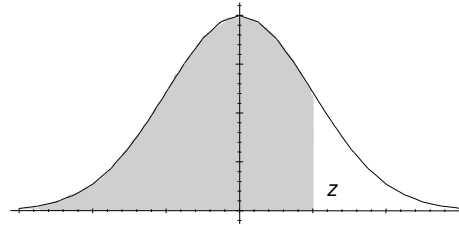
4.2.b) (1 punto) Calcule la probabilidad del suceso $A \cup B$.

4.2.c) (1 punto) Calcule $P(\overline{A \cup B})$, donde \overline{A} y \overline{B} son los sucesos complementarios (contrarios) de A y B , respectivamente.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z .



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

SOLUCIONES

EJERCICIO 1 Sea X la puntuación de un cliente: $X \sim \mathcal{N}(75, 8^2)$.

1.a) Para $n = 16$, la media muestral \bar{X} sigue

$$\bar{X} \sim \mathcal{N}\left(75, \frac{8^2}{16}\right) = \mathcal{N}(75, 2^2).$$

Queremos $P(72 \leq \bar{X} \leq 78)$. Estandarizamos:

$$P(72 \leq \bar{X} \leq 78) = P\left(\frac{72 - 75}{2} \leq Z \leq \frac{78 - 75}{2}\right) = P(-1,5 \leq Z \leq 1,5),$$

donde $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Por tanto:

$$P(-1,5 \leq Z \leq 1,5) = P(Z \leq 1,5) - P(Z \leq -1,5) = 2P(Z \leq 1,5) - 1.$$

Usando valores tabulados, $P(Z \leq 1,5) \approx 0,9332$, luego

$$P(72 \leq \bar{X} \leq 78) \approx 2 \cdot 0,9332 - 1 = 0,8664.$$

Aproximadamente un 86,6%.

1.b) Para $n = 64$, la media muestral tiene desviación típica

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{8}{\sqrt{64}} = \frac{8}{8} = 1.$$

Entonces

$$P(72 \leq \bar{X} \leq 78) = P\left(\frac{72 - 75}{1} \leq Z \leq \frac{78 - 75}{1}\right) = P(-3 \leq Z \leq 3) = 2P(Z \leq 3) - 1.$$

Como $P(Z \leq 3) \approx 0,9987$, se obtiene una probabilidad aproximada de

$$P(72 \leq \bar{X} \leq 78) \approx 0,9974.$$

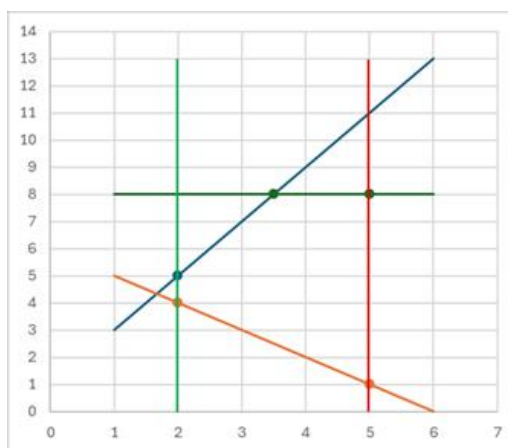
Esta probabilidad es mayor que en el caso anterior.

La razón es que, al aumentar el tamaño muestral, la desviación típica de la media ($\sigma_{\bar{X}}$) disminuye y la distribución de \bar{X} se concentra más alrededor de la media 75. Por eso, un intervalo fijo $[72, 78]$ recoge una probabilidad mayor.

EJERCICIO 2

Pregunta 2.1

2.1.a) La representación de la región es



Resolviendo las correspondientes ecuaciones llegamos a que los vértices del recinto son:

$$(2, 4), \left(\frac{7}{2}, 8\right), (2, 5), (5, 8), (5, 1)$$

Evaluando la función objetivo en los vértices obtenemos que

$$f(2, 4) = 4, f\left(\frac{7}{2}, 8\right) = 5, f(2, 5) = 2, f(5, 8) = 14, f(5, 1) = 28,$$

por lo que el máximo de $f(x, y) = 6x - 2y$, se alcanza en el punto $(5, 1)$, donde $f(5, 1) = 28$.

Pregunta 2.2

2.2.a) Efectuando el producto de matrices concluimos que

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 6 \\ a & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & b \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 3+b \\ -5 & b \\ 2a-1 & 3a \end{pmatrix}$$

La ecuación $AB = C^t$ nos lleva a $\begin{pmatrix} -2 & 3+b \\ -5 & b \\ 2a-1 & 3a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ c & -2 \\ -a-b & 3 \end{pmatrix}$

El sistema tiene solución única $a = 1, b = -2, c = -5$.

2.2.b) Ahora debemos determinar $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$.

Utilizando operaciones elementales en matrices el cálculo de la matriz es muy sencillo. Sin embargo, dado que la mayoría de los estudiantes lo resuelven utilizando determinantes, lo haremos utilizando la matriz adjunta:

$\det(A) = 2$. Los menores complementarios son

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1, A_{12} = \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -6, A_{13} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1, A_{21} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1, A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -4, \\ A_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1, A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 1, A_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = 6, A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1.$$

Considerando el signo correspondiente a cada adjunto y montando ya la matriz transpuesta con los adjuntos, concluimos que

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 6 & -4 & -6 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

EJERCICIO 3

Pregunta 3.1

3.1.a) La derivada de la función es $f'(x) = 3x^2 + 2x + a$. Si queremos que la tangente sea horizontal en el punto $(2, 5)$ debe ocurrir que $f'(2) = 0$ y $f(2) = 5$.

La primera de las relaciones nos lleva a $f'(2) = 16 + a$, luego $a = -16$.

Como $f(2) = 5$ tenemos que $8 + 4 - 32 + b = 5$, luego $b = 25$.

3.1.b) En este apartado $f(x) = x^3 + x^2 - \frac{5}{12}x + 1$ y $f'(x) = 3x^2 + 2x - \frac{5}{12}$.

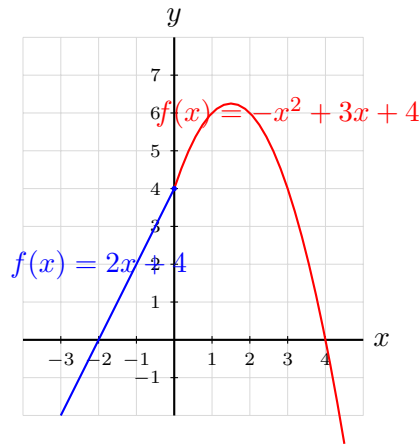
$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot \frac{3 \cdot 5}{12}}}{6}, \text{ es decir } x = -\frac{5}{6} \text{ o } x = \frac{1}{6}$$

En $\left(-\infty, -\frac{5}{6}\right)$ f es creciente, en $\left(-\frac{5}{6}, \frac{1}{6}\right)$ es decreciente y en $\left(\frac{1}{6}, +\infty\right)$ vuelve a ser creciente.

Pregunta 3.2

3.2.a)

El máximo de f (vértice de la parábola en $x > 0$) se alcanza en $\left(\frac{3}{2}, \frac{25}{4}\right)$. Los cortes con los ejes se alcanzan en $(-2, 0)$ y en $(4, 0)$.



3.2.b)

$$\int_0^4 (-x^2 + 3x + 4) dx = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 4x \right]_0^4 = 40 - \frac{64}{3} = \frac{56}{3}.$$

EJERCICIO 4

Pregunta 4.1

Sean los sucesos:

- B : Vino blanco
- T : Vino tinto
- R : Vino rosado
- D : Vino picado

4.1.a) Se conocen las siguientes probabilidades:

$$\begin{array}{lll} P(B) = 0,3 & P(T) = 0,6 & P(R) = 0,1 \\ P(D|B) = 0,01 & P(D|T) = 0,02 & P(D|R) = 0,03 \end{array}$$

Para calcular la probabilidad de que una botella de vino esté defectuosa se debe usar el teorema de la probabilidad total:

$$P(D) = P(D|B)P(B) + P(D|T)P(T) + P(D|R)P(R) = 0,01 \cdot 0,3 + 0,02 \cdot 0,6 + 0,03 \cdot 0,1 = 0,018$$

4.1.b) Se debe calcular la siguiente probabilidad utilizando el teorema de Bayes:

$$P(T|\bar{D}) = \frac{P(\bar{D}|T)P(T)}{P(\bar{D})} = \frac{(1 - P(D|T))P(T)}{1 - P(D)} = \frac{0,98 \cdot 0,6}{0,982} = 0,5988$$

Pregunta 4.2

4.2.a) Los sucesos A y B son independientes puesto que

$$P(A)P(B) = 0,6 \cdot 0,5 = 0,3 = P(A \cap B)$$

4.2.b) La probabilidad del suceso $A \cup B$ es

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,5 - 0,3 = 0,8$$

4.2.c) Utilizando las leyes de De Morgan se tiene que

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0,7$$

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
Criterios específicos de corrección y calificación

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,1 puntos.

Ejercicio 1 (2,5 puntos)

Pregunta 1.1 (2,5 puntos)

- Apartado (1.a): 2 puntos
 - Aproximación correcta y justificada a la distribución normal 0,8 puntos
 - Obtención de la probabilidad en la tabla 0,5 puntos
 - Cálculo correcto de la probabilidad pedida 0,7 puntos
- Apartado (1.b): 0,5 puntos
 - Planteamiento correcto 0,2 puntos
 - Razonamiento correcto 0,3 puntos

Ejercicio 2 (2,5 puntos)

Pregunta 2.1 (2,5 puntos)

- Apartado (2.1.a): 1,5 puntos
 - Representación correcta (0,2 por cada inecuación) 1 punto
 - Determinación correcta de los vértices (0,1 por cada uno) 0,5 puntos
- Apartado (2.1.b): 1 punto
 - Procedimiento correcto 0,5 puntos
 - Respuesta correcta 0,5 puntos

Pregunta 2.2 (2,5 puntos)

- Apartado (2.2.a): 1,5 puntos
 - Planteamiento correcto 1 punto
 - Determinación correcta de los valores 0,5 puntos
- Apartado (2.2.b): 1 punto
 - Planteamiento correcto del método 0,5 puntos
 - Cálculo correcto de la inversa 0,5 puntos

Ejercicio 3 (2,5 puntos)

Pregunta 3.1 (2,5 puntos)

- Apartado (3.1.a): 1 punto
 - Planteamiento correcto 0,5 puntos
 - Obtención correcta de los valores 0,5 puntos
- Apartado (3.1.b): 1,5 puntos
 - Cálculo correcto de la derivada 0,5 puntos
 - Obtención correcta de los puntos críticos 0,5 puntos
 - Obtención correcta de los intervalos de crecimiento y decrecimiento 0,5 puntos

Pregunta 3.2 (2,5 puntos)

- Apartado (3.2.a): 1,5 puntos
 - Determinación correcta de los cortes con los ejes 0,5 puntos
 - Determinación del máximo de la función 0,5 puntos
 - Representación correcta de cada rama 0,5 puntos
- Apartado (3.2.b): 1 punto
 - Elección correcta de la rama a integrar 0,2 puntos
 - Cálculo correcto de la primitiva 0,4 puntos
 - Obtención correcta del valor de la integral 0,4 puntos

Ejercicio 4 (2,5 puntos)

Pregunta 4.1 (2,5 puntos)

- Apartado (4.1.a): 1 punto
 - Planteamiento correcto de la probabilidad0,5 puntos
 - Cálculo correcto de la probabilidad0,5 puntos
- Apartado (4.1.b): 1,5 puntos
 - Planteamiento correcto de la probabilidad 1 punto
 - Cálculo correcto de la probabilidad0,5 puntos

NOTA: La no definición de los sucesos se penalizará con 0,3 puntos en la puntuación total de la pregunta.

Pregunta 4.2 (2,5 puntos)

- Apartado (4.2.a): 0,5 puntos
 - Planteamiento correcto de la independencia de sucesos 0,2 puntos
 - Justificación correcta de la dependencia de los sucesos 0,3 puntos
- Apartado (4.2.b): 1 punto
 - Planteamiento correcto de la probabilidad0,5 puntos
 - Cálculo correcto de la probabilidad0,5 puntos
- Apartado (4.2.c): 1 punto
 - Planteamiento correcto de la probabilidad0,5 puntos
 - Cálculo correcto de la probabilidad0,5 puntos